



Jerzy Janowicz

Zrozumieć nieskończoność

Opis projektu edukacyjnego

Nieskończoność jest jednym z podstawowych, a zarazem jednym z najbardziej abstrakcyjnych pojęć matematycznych. Uczniowie spotykają się z nim dość wcześnie, na ogół wtedy, gdy podczas wyliczania uświadamiają sobie, że po danej liczbie zawsze można podać liczbę następną, większą. Później nieskończoność pojawia się w aspekcie geometrycznym, kiedy np. trzeba odróżnić odcinek od prostej. Pojęcie pozostaje na krawędzi zrozumienia i dopiero pełny rozwój myślenia abstrakcyjnego stwarza grunt do zrozumienia jego istoty.

1. Powiązanie tematu z podstawą programową

Nieskończoność nie jest pojęciem, które łatwo jednoznacznie zdefiniować. Jest to bardziej cecha przypisywana niektórym obiektom czy procedurom. Dlatego nie została wyraźnie wymieniona w podstawie programowej, choć w tym dokumencie zapisano pojęcia, z którymi nieskończoność jest mocno związana.

W klasach 4–6 są to:

III. Liczby całkowite.

2) Uczeń interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej.

IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne.

10) Uczeń zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9. w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze), uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora.

VII. Proste i odcinki.

1) Uczeń rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek.

2) Uczeń rozpoznaje proste i odcinki prostopadłe i równoległe.

3) Uczeń rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych.

2. Cele projektu

Uczniowie:

- poszerzą i pogłębią rozumienia pojęcia nieskończoności,
- poznają sytuacje, w których nieskończoność jest istotną cechą obiektu lub relacji,
- poznają rozważania z pogranicza matematyki i filozofii,
- przećwiczą umiejętność korzystania z różnych źródeł informacji,
- nauczą się opracowywać informacje i prezentować je w różnych formach,
- rozwiną umiejętności społeczne (praca w zespole, pełnienie ról, odpowiedzialność za wynik pracy całej grupy).



3. Spodziewane rezultaty

Analizując pojęcie nieskończoności w wielu aspektach, uczniowie lepiej zrozumieją jego istotę. Będzie to jeden z najważniejszych efektów realizacji omawianego przedsięwzięcia. Jeśli ponadto uczniowie podzielą się swoimi wnioskami i przemyśleniami z większą grupą uczniów, będzie to swoista „wartość dodana”. Podstawowe fakty dotyczące nieskończoności warto przenieść na papier i wyeksponować je w formie plakatów w pracowni przedmiotowej lub na szkolnych korytarzach.

4. Realizacja projektu

Temat powinni realizować uczniowie umiejący myśleć abstrakcyjnie i przekazywać swoją wiedzę innym. Dobrym pomysłem jest dobór zespołu realizacyjnego spośród uczniów kilku klas. Grupa pracująca nad projektem powinna liczyć 6–8 osób i przygotowywać prezentację przez 3–4 tygodnie.

Pytania i problemy badawcze

Porządkując działania uczniów, warto podać im lub wspólnie z nimi sformułować kilka pytań, wokół których będzie się ogniskować ich aktywność. Warto zapytać:

- Jakie są rodzaje nieskończoności?
- Dlaczego liczb naturalnych jest nieskończenie wiele?
- Których liczb jest więcej, naturalnych czy całkowitych?
- Do jakich paradoksów prowadzą rozważania o nieskończoności?
- Ile osób mieszka w hotelu Hilberta?
- Jaka jest historia rozumienia nieskończoności?
- Co mówi twierdzenie o nieskończonej liczbie małych?
- Jak wykorzystać nieskończoność do dowodu, że $0 = 1$?

Zbieranie materiałów

Zbieranie materiałów to przede wszystkim lektura tekstów w internecie (przykładowe strony – patrz niżej) i książkach. Warto porozmawiać z osobami, które ze względu na wykształcenie i wykonywany zawód stykają się z pojęciem nieskończoności, np. nauczycielami: matematyki, etyki i religii.

Opracowanie

Zebrane materiały należy uporządkować, dostosowując ich formę do planowanej prezentacji. Należy zwrócić uwagę na wieloaspektowość pojęcia nieskończoności; ta jego cecha może być osnową do opracowania zdobytej wiedzy.

5. Prezentacja projektu

Ciekawe, niekiedy zaskakujące rozumowania dotyczące pojęciu nieskończoności mogą stać się tematem plakatów. Osoby o dobrze rozwiniętych umiejętnościach komunikacyjnych mogą



przygotować wykład lub prezentację komputerową, w których zaprezentują najciekawsze własności tego osobliwego pojęcia.

6. Materiały źródłowe

- <http://mathspace.pl/wp-content/uploads/2014/07/infinity.pdf>
- http://wyborcza.pl/AkcjeSpecjalne/1,160474,17880749,Wieksze_i_mniejsze_nieskonczosci.html
- <https://www.wiz.pl/8,1242.html>