



Jerzy Janowicz

W szkole nie mówią nam wszystkiego!

O polu i objętości

Opis projektu edukacyjnego

Spora część lekcji matematyki poświęcona jest obliczeniom w geometrii. Koncentrują się one na podstawowych figurach i najprostszych sposobach ustalania pola czy objętości. To wystarczy, aby opanować podstawy matematycznego wykształcenia. Ale przecież na różne potrzeby zostały opracowane inne wzory – algorytmy obliczania tych wielkości. Niektóre są rzadziej używane, ale może właśnie dzięki omawianemu projektowi uda się je nieco przybliżyć i „oswoić”, a co za tym idzie – pokazać bogactwo matematyki i jej bliski kontakt z potrzebami rzeczywistego świata.

1. Powiązanie tematu z podstawą programową

Obliczanie pól i objętości jest rozłożone na kilka lat nauki matematyki w szkole podstawowej. Wymogi realizacyjne i zakres materiału regulują następujące hasła podstawy programowej dla klas 4–6:

XI. Obliczenia w geometrii.

- 2) Uczeń oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami.
- 3) Uczeń stosuje jednostki pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).
- 4) Uczeń oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów.
- 5) Uczeń oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.
- 6) Uczeń stosuje jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr, cm^3 , dm^3 , m^3 .

oraz dla klas 7–8:

IX. Wielokąty.

- 2) Uczeń stosuje wzory na pole: trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu.

XI. Geometria przestrzenna.

- 2) Uczeń oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.

XIV. Długość okręgu i pole koła.

- 3) Uczeń oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy.
- 4) Uczeń oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła.
- 5) Uczeń oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień.

2. Cele projektu

Uczniowie:

- poszerzą i pogłębią swoją wiedzę na temat obliczania pola figury płaskiej i objętości bryły,
- poznają powiązania matematyki z życiem codziennym,
- przećwiczą umiejętność korzystania z różnych źródeł informacji,
- nauczą się opracowywać informacje i prezentować je w różnych formach,
- rozwiną umiejętności społeczne (praca w zespole, pełnienie ról, odpowiedzialność za wynik pracy całej grupy).

3. Spodziewane rezultaty

Uczniowie zaangażowani w realizację projektu przećwiczą nieznane im wcześniej sposoby obliczania pól i poznają wzory na objętość brył widywanych w otoczeniu, ale nie występujące w szkolnej stereometrii. Tablice ze wzorami i rysunkami, a może nawet modelami figur, stanowią efekt prac projektowych, który może stać się interesującym materiałem również dla osób niezaangażowanych w to przedsięwzięcie.

4. Realizacja projektu

Temat nie jest łatwy. Zrozumienie wielu kwestii wymaga solidnej wiedzy i rozwiniętej samodzielności poznawczej. Dlatego należy rozważnie dobierać grupy do zrealizowania tego zadania. W razie potrzeby można połączyć w jeden zespół uczniów z kilku klas ósmych. Liczebność zespołu nie powinna przekraczać 8–10 osób, a czas realizacji projektu nie powinien być dłuższy niż 3–4 tygodnie (i raczej powinien przypadać na II półrocze klasy ósmej, np. po egzaminie).

Problemy badawcze

Obliczanie pól i objętości to obszerny temat. Z proponowanych niżej pytań warto utworzyć kilka wiązek i przekazać je do rozpatrzenia zespołom 2–3-osobowym.

- Jakie zastosowanie ma twierdzenie Picka?
- Co okrąg opisany na trójkącie lub okrąg wpisany w ten trójkąt ma wspólnego z polem trójkąta?
- Co to jest wzór Herona?
- Jak obliczyć pole elipsy?
- Jak zmienia się pole figury, jeśli ją powiększamy lub pomniejszamy w określonej skali?
- Czy wraz ze wzrostem długości obwodu figury zwiększa się jej pole?
- Który z prostokątów o zadanim obwodzie ma największe pole?
- Jakie pole ma trójkąt Sierpińskiego?
- Jak pociąć wielokąt, aby ułożyć z niego inny wielokąt o takim samym polu?
- Jak zmienia się objętość bryły, jeśli ją powiększamy lub pomniejszamy w określonej skali?

- Jak obliczyć objętość ostrosłupa ściętego?
- Jak obliczyć objętość stożka ściętego?
- Co to jest klin? Jak oblicza się objętość klina?
- Co to jest pryzma? Jak oblicza się objętość pryzmy?
- Jak obliczyć objętość beczki?
- Co to jest reguła Guldina?
- Jak Archimedes odkrył sposób obliczania objętości kuli, czyli co to jest zasada Cavalieriego?

Zbieranie materiałów

Przeszukiwanie zasobów internetu to najprostszy sposób dotarcia do ciekawych tekstów. Kilka adresów interesujących stron umieszczono niżej. Warto sięgnąć do książek zawierających „praktyczną matematykę”, np. podręczników dla inżynierów.

Opracowanie

Zebrany materiał powinien być tak wyeksponowany, żeby mogli się z nim zapoznać wszyscy uczniowie. Należy zadbać o to, aby przekaz był jasny, skondensowany w warstwie opisowej, ale przekazujący najistotniejsze fakty. Dobrze wykonane plakaty czy plansze mogą się stać trwałym elementem wyposażenia szkolnych sal i korytarzy.

5. Prezentacja projektu

Z opracowanych materiałów można przygotować stałą ekspozycję w pracowni matematycznej lub bibliotece szkolnej. Oprócz plansz mogą się w niej znaleźć modele różnych brył i opisy metod obliczania ich objętości. Bardziej zaangażowani uczestnicy projektu mogą wygłosić krótkie wykłady, wsparte np. prezentacjami komputerowymi lub planszami, podczas których podzielą się zdobytą wiedzą i będą mogli zademonstrować konkretne obliczenia.

6. Materiały źródłowe

- https://pl.wikipedia.org/wiki/Wz%C3%B3r_Picka
- http://www.deltami.edu.pl/temat/matematyka/analiza/teoria_miary/2015/10/26/O_obrotach_figur_plaskich/
- http://www.deltami.edu.pl/temat/matematyka/analiza/teoria_miary/2012/01/01/Zasada_Cavalieriego.pdf
- http://www.deltami.edu.pl/temat/matematyka/analiza/teoria_miary/2011/02/02/Zabawy_z_miara/